숨마쿰라우데® 중학수학 개념기본서 2-하

개념 BOOK

단원의 감을 잡자! INTRO to Chapter

학습을 시작함에 있어 가장 중요한 것은 내가 무엇을 공부하는지, 어떻게 공부해야 하는지를 아는 것입니다.
대단원 전체의 흐름, 배경, 학습 목표 등을 통해 학습을 즐겁게 시작할 수 있도록 하였습니다.

단원의 핵심개념을 모은 SUMMA NOTE

공부할 내용 중 핵심적인 개념을 모아 정리해 두었습니다.

이보다 더 상세할 수 없다! QA를 통한 스토리텔링 강의

Q001 공부를 하면서 꼭 필요한 물음

A Q에 대한 짧고 확실한 Answer

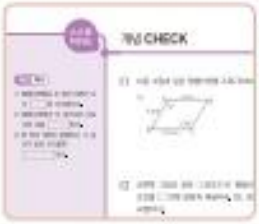
A Q에 대한 친절하고 자세한 Answer

본문 설명에 있어서 중요한 개념, 주의할 점, 기억해야 할 점 등 모든 것을 묻고 답하는 형식으로 설명함에 따라 충분한 이해를 기반으로 공부할 수 있습니다.

창의적 사고를 위한 THINK Math

사고를 한 단계 UP 할 수 있는 내용을 담아 수학을 생각하게 하였습니다.

*재미있는 쉼터 Math STORY
역사적인 일화, 수학자 이야기 등 본문과 관련된 흥미 있는 이야기를 담았습니다.



개념을 이해했는지 확인하는 개념 CHECK

개념 확인 이 강에서 새로 배운 용어 또는 학습 원리를 간단하게 □ 안에 넣기로 확인합니다.
개념 CHECK 앞에 배운 개념들을 완벽히 이해하고 있는지 확인합니다.
틀린 문제가 있다면 본문을 다시 한 번 읽어 주세요!

이 책의 구성과 특징

유형으로 문제를 정리하는 유형 EXERCISES

소단원별로 시험에 반드시 나오는 유형들을 모아 정리해 놓았습니다.
어려운 부분이 생기면 본문 QA로 Go Go~
문제 이해도를 ☺, ☺, ☺으로 표시해 보고 이해가 잘 되지 않는 문제는
반드시 다시 풀어 봅니다.

실력을 완성하는 중단원 EXERCISES

유형에서 벗어나 스스로 문제를 파악하여 해결하는 시간입니다.
시험에 출제되는 다양한 유형의 문제를 풀어 볼 수 있습니다.

- Step 1(내신기본), Step 2(내신발전) 2단계로 구성
- 난이도 표시 (●○○ : 하, ●●○ : 중, ●●● : 상)
- 창의융합 : 새 교육과정에서 강조하는 수학적 창의성 신장 문제를 풀어 봅니다.

QA로 완벽 정리하는 대단원 REVIEW

본문 속 Q를 따라 학습의 흐름을 정리하는 시간입니다.
묻고 답하면서 복습해 보세요. 내용이 더욱 오래 기억될 거예요.

단원을 마무리짓는 대단원 EXERCISES

한 단원 전체의 내용을 문제를 통해 확인하는 시간입니다.
개념을 잘 이해하고 있으니 서술형 문제도 술술~ 풀릴 거예요!

숨마쿰라우데® 중학수학 개념기본서 2-하

한 단계 높은 차원의 수학을 원한다면 Advanced Lecture

수학의 개념을 확장해 놓은 수학의 장입니다. 본문 개념의 확장 및 고학년의 수학으로의 연계 뿐만 아니라 교과서 밖의 해결 방법 등을 논함으로써 한 차원 높은 수학을 맛볼 수 있습니다.

수학으로 보는 세상 Math Essay

실생활에서 볼 수 있는 흥미 있는 수학 이야기, 수학자 이야기 등을 실어 놓았습니다. 술술 읽어 가며 가볍게 단원을 마무리하세요~

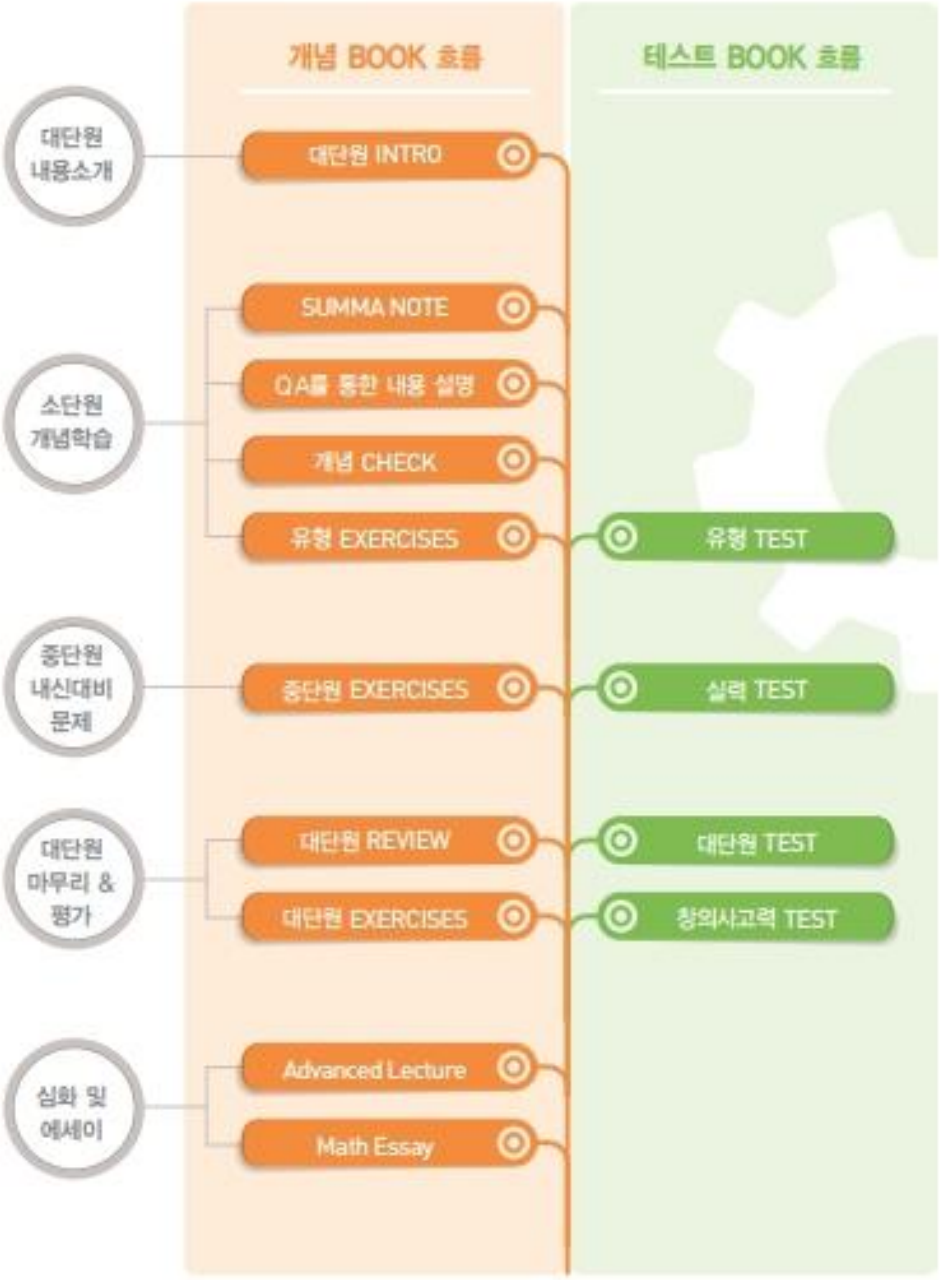
테스트 BOOK

다양한 실전 문제를 통해 학교 시험을 준비할 수 있도록 문제편을 구성하였습니다.

해설 BOOK

스스로 학습하는 데 어려움이 없도록 상세한 해설과 문제에 대한 다양한 풀이를 실어 놓았습니다.

이 책의 학습 시스템


개념 BOOK 흐름
테스트 BOOK 흐름
대단원 내용소개
대단원 INTRO
소단원 개념학습
SUMMA NOTE
Q A를 통한 내용 설명
개념 CHECK
유형 EXERCISES
유형 TEST
중단원 내신대비 문제
중단원 EXERCISES
실력 TEST
대단원 마무리 & 평가
대단원 REVIEW
대단원 TEST
대단원 EXERCISES
창의사고력 TEST
심화 및 에세이
Advanced Lecture
Math Essay

숨마쿰라우데® 중학수학 개념기본서 2-하

V 도형의 성질

1. 삼각형의 성질
01 이등변삼각형과 직각삼각형 ····· 018
유형 EXERCISES ····· 026
02 삼각형의 외심과 내심 ····· 030
유형 EXERCISES ····· 043
중단원 EXERCISES ····· 047
2. 사각형의 성질
01 평행사변형 ····· 051
유형 EXERCISES ····· 061
02 여러 가지 사각형 ····· 065
유형 EXERCISES ····· 077
중단원 EXERCISES ····· 081
대단원 REVIEW ····· 084
대단원 EXERCISES ····· 086
Advanced Lecture (대단원 심화 학습) ····· 090
TOPICS 1. 삼각형의 오심
2. 오일러 직선
Math Essay (수학으로 보는 세상) ····· 092
01 에펠탑과 트러스 구조
02 비비아니의 정리

VI 도형의 닮음과 피타고라스 정리

1. 도형의 닮음
01 도형의 닮음 ····· 099
02 삼각형의 닮음 조건 ····· 106
유형 EXERCISES ····· 111
중단원 EXERCISES ····· 114
2. 닮음의 활용
01 삼각형과 평행선 ····· 117
02 삼각형의 중점연결정리 ····· 126
유형 EXERCISES ····· 132
03 삼각형의 무게중심 ····· 135
04 닮은 도형의 넓이와 부피 ····· 140
유형 EXERCISES ····· 146
중단원 EXERCISES ····· 148
3. 피타고라스 정리
01 피타고라스 정리 (1) ····· 152
02 피타고라스 정리 (2) ····· 160

이 책의 차례

유형 EXERCISES ····· 169
중단원 EXERCISES ····· 172
대단원 REVIEW ····· 175
대단원 EXERCISES ····· 178

Advanced Lecture (대단원 심화 학습) ····· 182
TOPICS 1. 지레의 원리와 선분의 길이의 비
Math Essay (수학으로 보는 세상) ····· 184
01 프랙털 속의 아름다움

VII 확률과 통계

1. 경우의 수
01 사건과 경우의 수 ····· 190
유형 EXERCISES ····· 198
02 여러 가지 경우의 수 ····· 200
유형 EXERCISES ····· 208
중단원 EXERCISES ····· 210
2. 확률
01 확률의 뜻 ····· 213
02 확률의 성질 ····· 218
유형 EXERCISES ····· 224
03 확률의 계산 ····· 226
유형 EXERCISES ····· 232
중단원 EXERCISES ····· 234
대단원 REVIEW ····· 237
대단원 EXERCISES ····· 238

Advanced Lecture (대단원 심화 학습) ····· 242
TOPICS 1. 같은 것이 있을 때의 경우의 수
Math Essay (수학으로 보는 세상) ····· 244
01 파스칼과 정수 문제

책 속의 책!
- 테스트 BOOK (문제 은행)
- 해설 BOOK (정답 및 해설)

묻고 답하면서 공부하는

숨마쿰라우데® 중학수학 개념기본서 2-하

QA

학습할 부분의 질문(Question)을 대단원별로 읽어 보세요.
학습 순서에 따라 제시되는 핵심 주제이므로 단원의 흐름을 한눈에 파악할 수 있습니다.
흐름에 따라 내용을 숙지하면 이해력과 기억력이 높아지므로 공부의 효율 또한 높아집니다.

V 도형의 성질

	Question	✓	Answer
001	이등변삼각형에는 어떤 성질이 있을까?	○△×	p.019
002	이등변삼각형의 성질이 성립함을 어떻게 증명할까?	○△×	p.019
003	이등변삼각형이 되는 조건은?	○△×	p.021
004	직각삼각형에서만 사용되는 합동 조건이 있다?	○△×	p.022
005	각의 이등분선에는 어떤 성질이 있을까?	○△×	p.024
006	삼각형의 외심은 어떻게 찾을까?	○△×	p.031
007	삼각형의 모양에 따른 외심의 위치는?	○△×	p.033
008	삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 어떻게 구할까?	○△×	p.034
009	삼각형의 내심은 어떻게 찾을까?	○△×	p.036
010	삼각형의 모양에 따른 내심의 위치는?	○△×	p.038
011	삼각형의 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 어떻게 구할까?	○△×	p.039
012	내접원의 반지름의 길이를 이용하여 삼각형의 넓이를 어떻게 구할까?	○△×	p.040
013	내심의 성질을 이용하여 삼각형의 둘레의 길이를 어떻게 구할까?	○△×	p.041

VI 도형의 닮음과 피타고라스 정리

027	닮음이란?	○△×	p.099
028	'△ABC와 △DEF가 닮았다.'를 기호로 나타내면?	○△×	p.100
029	닮은 두 도형에서 대응변의 길이의 비는 □□ 하다?	○△×	p.101
030	닮은 두 입체도형의 닮음비는 어떻게 구할까?	○△×	p.102
031	항상 닮은 두 도형이 있을까?	○△×	p.104
032	두 삼각형이 서로 닮음이 될 조건은?	○△×	p.107
033	겹쳐져 있는 두 삼각형에서 닮음 조건을 찾는 방법은?	○△×	p.108
034	직각삼각형에서 각 변의 길이 사이의 관계는?	○△×	p.109
035	삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 사이에는 어떤 관계가 있을까?	○△×	p.118

INTRO to Chapter V

도형의 성질

SUMMA CUM LAUDE - MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS

V. 도형의 성질	1. 삼각형의 성질	01 이등변삼각형과 직각삼각형 • 유형 EXERCISES 02 삼각형의 외심과 내심 • 유형 EXERCISES • 중단원 EXERCISES
	2. 사각형의 성질	01 평행사변형 • 유형 EXERCISES 02 여러 가지 사각형 • 유형 EXERCISES • 중단원 EXERCISES
	• 대단원 REVIEW • 대단원 EXERCISES • **Advanced Lecture** 대단원 심화 학습 TOPIC 1 삼각형의 오심 TOPIC 2 오일러 직선 • *Math Essay* 수학으로 보는 세상 01 에펠탑과 트러스 구조 02 비비아니의 정리	

기하학 – 측량에서 논리로 발전하다...

고대 이집트에서는 잦은 나일강의 범람으로 토지를 측량하거나 건물을 짓는 등 실용적인 측면에서의 기하학이 발달되었다. 반면 그리스에서는 추상적이고 논리적인 사고를 중요시하여 기하학을 실용적인 기술보다는 논리적인 학문으로 발전시켜 나갔다.

그리스의 수학자들은 직관적으로 옳다고 받아들여진 사실들이 정말 옳은지 논리적인 과정, 즉 증명을 통해 체계적으로 밝혀 나갔다.

이와 같이 증명을 통해 발전한 기하학을 논증기하학이라고 한다. 논리적인 사고를 중요시한 그리스인들은 기하학을 모든 학문에 접근하기 위한 기본 소양으로 생각하였다. "신은 기하학적으로 사고한다."고 했던 플라톤의 말은 당시 기하학이 차지했던 위상을 단적으로 보여준다.

유클리드 – 논증기하학을 집대성하다...

왕에게 "기하학에는 왕도가 없습니다."라고 말한 것으로 유명한 그리스 수학자 유클리드는 그동안 연구된 도형의 성질을 체계화하여 「원론」을 펴냄으로써 엄격한 논리 체계를 가진 학문으로서의 수학으로 자리 잡게 하였다. 원론은 13권으로 이루어진 책으로 점, 선, 면, 선분, 직선, 각, 직각 등과 같은 기본적인 요소에 대한 정의는 물론 모든 정리에 대한 증명을 제시해 놓음으로써 수학적 논증의 기본적인 틀을 보여주었다. 기존 정리들만을 수록한 것이 아니라 모든 정리에 대한 증명도 제시해 놓은 점이 유클리드의 「원론」이 지닌 역사적인 위대함이다. 우리가 중학교 과정에서 배우는 기하학 내용이 대부분 이 「원론」에 수록되어 있다.

이 단원에서 배울 내용들...

이 단원에서는 삼각형과 사각형의 성질에 대해 배운다.

삼각형 단원에서는 이등변삼각형의 성질과 삼각형의 외심, 내심에 대해 살펴보고, 사각형 단원에서는 평행사변형의 성질을 바탕으로 하여 여러 가지 사각형들 사이의 관계를 살펴본다. 특히 이 단원에서는 각 성질이 성립함을 수학적인 증명을 통해 확인해 볼 것이다. 수학적인 증명이라 하여 어려운 것처럼 들릴 수 있겠지만 이 단원에서 하는 증명은 기껏해야 두 삼각형이 합동인가를 따져 보는 정도이므로 겁먹지 말자.

묻지도 따지지도 않고 공식만 줄줄 외우는 공부는 이제 그만!

도형을 공부할 때에는 항상 그리스 시대의 수학자들처럼 "왜 그럴까?", "정말 그럴까?" 하고 의심해 보는 자세를 갖도록 하자. 이런 자세로 도형을 이해해 나가면 논리적인 사고력 또한 자연스럽게 길러질 것이다. 자, 그럼 도형의 세계로 출발~

SUMMA NOTE

1. 닮은 도형

(1) 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형과 합동이 될 때, 이 두 도형을 닮음인 관계에 있다고 하고 서로 닮음인 관계에 있는 두 도형을 닮은 도형이라고 한다.

(2) △ABC와 △DEF가 서로 닮은 도형일 때, 이것을 기호로

$$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$$

와 같이 나타낸다. (단, 대응하는 점의 순서대로 쓴다.)

2. 도형에서의 닮음의 성질

(1) 닮음비 : 두 닮은 도형에서 대응변의 길이의 비

(2) 평면도형에서 닮음의 성질 : 닮은 두 평면도형에서

① 대응변의 길이의 비는 일정하다.

② 대응각의 크기는 각각 같다.

(3) 입체도형에서 닮음의 성질 : 닮은 두 입체도형에서

① 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.

② 대응하는 면은 닮은 도형이다.

1. 닮은 도형

Q 027 닮음이란?

A 크기는 상관없이 모양이 같은 경우!

A 컴퓨터를 이용하여 원래 사진을 (가), (나), (다)와 같은 여러 가지 모양으로 확대 또는 축소하였다.

원래 사진과 닮은 사진은 어느 것일까? 언뜻 생각하면 위의 사진들은 모두 닮았다고 생각할 수 있지만 수학적으로는 (가), (나), (다) 모두 원래 사진과 닮지 않았다. 수학적으로 닮음이 되기 위해서는 가로와 세로의 길이를 모두 같은 비율로 확대 또는 축소해야 한다.

전체를 20 % 축소　　전체를 20 % 확대

'닮음'에 대해 좀 더 수학적인 문구로 정확히 표현해 보면

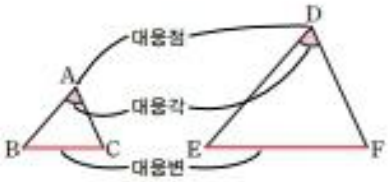
한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형과 합동이 될 때,

이 두 도형은 서로 닮음인 관계에 있다고 한다. 또 닮음인 관계에 있는 두 도형을 닮은 도형이라고 한다. 즉, 닮음은 두 도형의 크기와는 상관없이 모양이 같은 경우를 말한다.
물론 모양과 크기가 모두 같은 합동도 닮음에 속한다는 말씀!

Q 028 '△ABC와 △DEF가 닮았다.'를 기호로 나타내면?

A △ABC ∽ △DEF

A 오른쪽 그림에서 △ABC를 2배로 확대하면 △DEF와 합동이 된다.
즉, △ABC와 △DEF는 서로 닮은 도형이므로 꼭짓점 A와 D, 꼭짓점 B와 E, 꼭짓점 C와 F는 각각 대응점이 된다.
또 $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$, $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$, $\overline{CA}$와 $\overline{FD}$는 각각 대응변이 되고, ∠A와 ∠D, ∠B와 ∠E, ∠C와 ∠F는 각각 대응각이 된다.



△ABC와 △DEF가 합동일 때, 기호로 △ABC≡△DEF와 같이 나타내는 것처럼 △ABC와 △DEF가 닮음일 때, 이것을 기호 ∽를 사용하여

△ABC ∽ △DEF

와 같이 나타낸다.

이때 두 도형의 꼭짓점은 반드시 서로 대응하는 순서대로 써야 함에 주의하자.
두 도형이 닮음일 때, 대응하는 순서대로 쓰기 때문에 우리는 기호만 보고도 대응변을 쉽게 떠올릴 수 있다.

Math STORY

기호 ∽, ≡, ＝의 차이

닮음 기호 ∽는 독일의 수학자 라이프니츠(1646~1716)에 의해 처음 사용되었다. 기호 ∽는 닮음을 뜻하는 라틴어 Similis (영어의 Similar)의 첫 글자 S를 옆으로 눕혀서 쓴 것이다. 간혹 ∽, ≡, ＝의 의미를 헷갈려 하는 경우가 있는데 잘 구분하도록 하자.

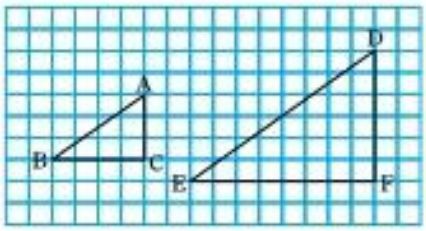
△ABC∽△DEF (닮음)　　△ABC≡△DEF (합동)　　△ABC＝△DEF (넓이가 같음)

2. 도형에서의 닮음의 성질

Q 029 닮은 두 도형에서 대응변의 길이의 비는 □□ 하다?

A 닮은 두 도형에서 대응변의 길이의 비는 일정해!

A 오른쪽 그림에서 △ABC∽△DEF이다.
이때 각각의 대응변의 길이의 비를 구하면



$\overline{AB} : \overline{DE} = 5 : 10 = 1 : 2$
$\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 8 = 1 : 2$
$\overline{CA} : \overline{FD} = 3 : 6 = 1 : 2$

즉, 모든 대응변의 길이의 비가 1 : 2로 일정하다.
이와 같이 서로 닮은 두 도형에서 일정한 대응변의 길이의 비를 닮음비라고 한다. 즉, 위의

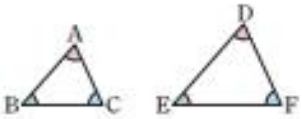
△ABC와 △DEF의 닮음비는 1 : 2이다.

서로 닮은 두 삼각형 ABC와 DEF의 닮음비를 알면, 다음과 같이 두 삼각형의 각 변의 길이 사이의 관계도 알 수 있다.

1 : 3이면	2 : 1이면	1 : 1이면
△DEF의 각 변의 길이는 △ABC의 각 변의 길이의 3배	△DEF의 각 변의 길이는 △ABC의 각 변의 길이의 $\frac{1}{2}$배	두 삼각형의 변의 길이가 같다. (두 삼각형은 합동)

한편 대응변의 길이의 비를 대응각의 크기의 비로 착각하지 않도록 하자.
두 삼각형에서 세 쌍의 대응각의 크기는 항상 각각 같다. 즉,

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$



개념 CHECK

해설 BOOK 019쪽

개념 확인

닮은 두 도형에서

(1) 대응변의 길이의 비는 ☐ 하다.

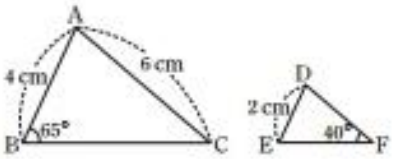
(2) 대응각의 크기는 각각 ☐.

01 오른쪽 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 다음을 구하여라.

(1) △ABC와 △DEF의 닮음비

(2) $\overline{DF}$의 길이

(3) ∠D의 크기

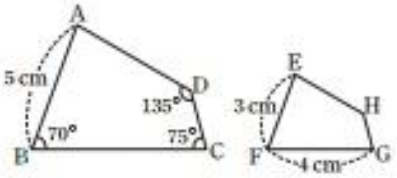


02 오른쪽 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하여라.

(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

(2) $\overline{BC}$의 길이

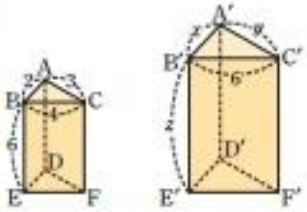
(3) ∠E의 크기



03 오른쪽 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이다. □ABED와 □A′B′E′D′이 서로 대응하는 면일 때, 다음을 구하여라.

(1) 두 삼각기둥의 닮음비

(2) x, y, z의 값



04 다음 중 항상 닮음인 도형이라고 할 수 없는 것은?

① 두 정사각형 ② 두 원 ③ 두 정삼각형

④ 두 직사각형 ⑤ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

자기 진단

Q 028 ○ 100쪽
'△ABC와 △DEF가 닮았다.'를 기호로 나타내면?

Q 029 ○ 101쪽
닮은 두 도형에서 대응변의 길이의 비는 ☐☐하다?

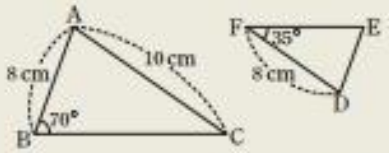
유형 EXERCISES

문제 이해도를 ◯, ◯, ◯으로 표시해 보세요.

해설 BOOK 020쪽 | 테스트 BOOK 030쪽

유형 1 평면도형에서의 닮음의 성질

아래 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 다음 중 옳은 것은?



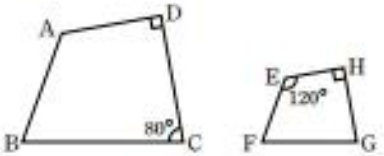
① $\overline{AB}:\overline{DE}=4:5$　② $\overline{DE}=6$ cm
③ $\angle E=75°$　④ $\angle C=45°$
⑤ $\angle A=75°$

Summa Point
- 닮은 두 평면도형에서 대응변의 길이의 비는 일정하다.
- 닮은 두 평면도형에서 대응각의 크기는 서로 같다.

101쪽 Q 0219

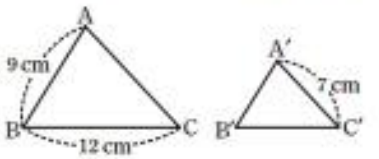
1-1

다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, ∠A+∠F의 크기를 구하여라.



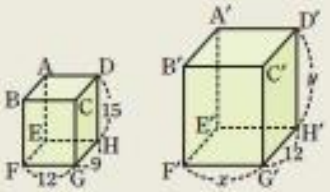
1-2

다음 그림에서 △ABC∽△A′B′C′이고, △ABC와 △A′B′C′의 닮음비가 3 : 2일 때, △A′B′C′의 둘레의 길이를 구하여라.



유형 2 입체도형에서의 닮음의 성질

다음 그림의 두 직육면체는 서로 닮은 도형이다. $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, $x+y$의 값을 구하여라.

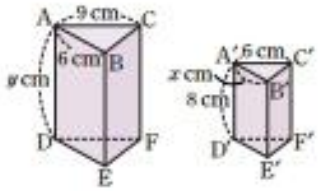


Summa Point
닮은 두 입체도형의 닮음비는 대응하는 두 모서리의 길이의 비와 같다.

102쪽 Q 0220

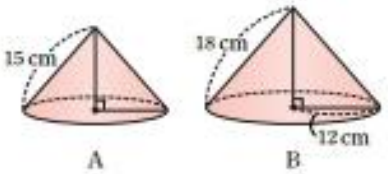
2-1

다음 그림의 닮은 두 삼각기둥에서 △ABC∽△A′B′C′일 때, $x+y$의 값을 구하여라.



2-2

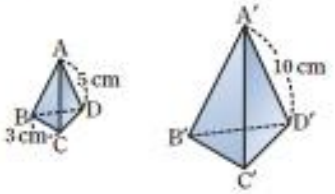
다음 그림에서 두 원뿔 A, B가 서로 닮은 도형일 때, 원뿔 A의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



해설 BOOK 022쪽 | 테스트 BOOK 034쪽

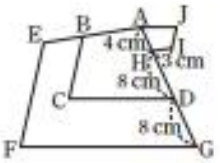
Step 1 | 내·신·기·본

01 다음 그림과 같은 두 사면체가 서로 닮은 도형이고, △ABC에 대응하는 면이 △A′B′C′일 때, 모서리 B′C′의 길이는?



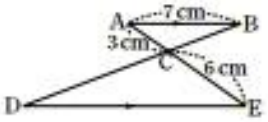
① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

02 오른쪽 그림에서 □ABCD∽□AEFG, □ABCD∽□HIJA이다. $\overline{AH}=4$ cm, $\overline{HD}=8$ cm, $\overline{DG}=8$ cm, $\overline{HI}=3$ cm 일 때, $\overline{BE}$의 길이는?

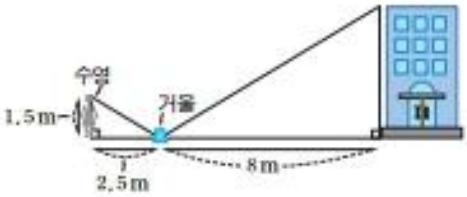


① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 8 cm

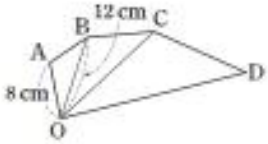
03 다음 그림에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이고 $\overline{AE}$와 $\overline{BD}$의 교점을 C라고 한다. $\overline{AB}=7$ cm, $\overline{AC}=3$ cm, $\overline{CE}=6$ cm 일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



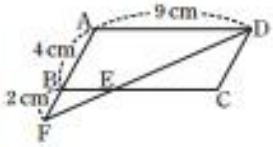
04 수영이는 건물의 높이를 알아보기 위하여 건물의 끝이 보이는 지점에 거울을 놓고 거리를 측정하였다. 수영이의 눈높이는 1.5 m이고, 수영이와 거울 사이의 거리는 2.5 m, 거울과 건물 사이의 거리는 8 m이다. 이때 건물의 높이를 구하여라.



05 다음 그림에서 △OAB∽△OBC∽△OCD일 때, $\overline{OD}$의 길이를 구하여라.



06 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}$의 연장선과 $\overline{DE}$의 연장선의 교점을 F라고 하자. $\overline{AD}=9$ cm, $\overline{AB}=4$ cm, $\overline{BF}=2$ cm일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하여라.

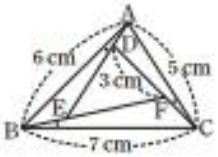


Step 2 | 내·신·발·전

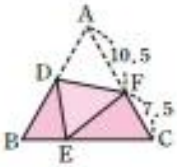
13 오른쪽 그림은 정오각형에 대각선을 그어 만든 도형이다. △ICD와 닮음인 삼각형의 개수는? (단, 자기 자신은 제외한다.)

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

14 다음 그림과 같은 △ABC에서 ∠BAE=∠CBF=∠ACD이다. $\overline{AB}$=6 cm, $\overline{BC}$=7 cm, $\overline{CA}$=5 cm, $\overline{DF}$=3 cm일 때, △DEF의 둘레의 길이를 구하여라.

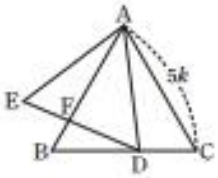


15 오른쪽 그림은 정삼각형 모양의 종이를 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 E와 만나도록 접은 것이다. $\overline{AF}$=10.5, $\overline{FC}$=7.5이고, $\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}}=\frac{1}{2}$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하여라.

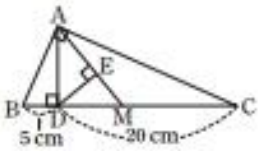


16 다음 그림과 같은 정삼각형을 4등분하고 한가운데 정삼각형을 지운다. 그리고 남은 3개의 정삼각형을 이와 같은 방법으로 각각 4등분하고 한가운데 정삼각형을 지운다. 이와 같은 과정을 반복할 때, 제10단계에서 지워지는 정삼각형과 제12단계에서 지워지는 정삼각형의 닮음비를 구하여라.

17 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC에서 $\overline{BD}:\overline{DC}=3:2$가 되도록 $\overline{BC}$ 위에 점 D를 잡고 $\overline{AD}$를 한 변으로 하는 정삼각형 AED를 만들었다. $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$의 교점을 F라 하고, $\overline{AC}$의 길이를 $5k$라고 할 때, $\overline{AF}$의 길이는 ak이다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.



18 다음 그림과 같이 ∠A=90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{DE}\perp\overline{AM}$이고, $\overline{BD}$=5 cm, $\overline{DC}$=20 cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



※ 묻고 답하면서 대단원 정리하자!

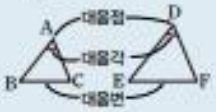
1. 도형의 닮음

01. 도형의 닮음

027 닮음이란?

확대 또는 축소하여 합동이 되면 두 도형은 닮음이야.

028 '△ABC와 △DEF가 닮았다.'를 기호로 나타내면?

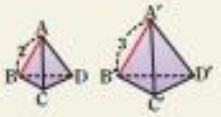


△ABC ∽ △DEF

029 닮은 두 도형에서 대응변의 길이의 비는 □□하다?

닮은 도형이면 대응변의 길이의 비가 일정해. 이 일정한 길이의 비를 닮음비라고 불러.

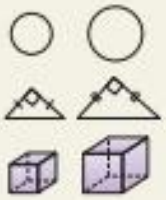
030 닮은 두 입체도형의 닮음비는 어떻게 구할까?



모서리의 길이의 비가 닮음비 ➡ 2 : 3

031 항상 닮은 두 도형이 있을까?

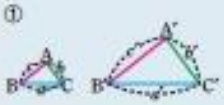
정다각형, 정다면체, 원, 구, 직각이등변삼각형 등은 모양이 모두 일정하여 항상 닮은 도형이 돼!



02. 삼각형의 닮음 조건

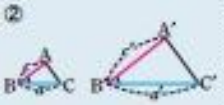
032 두 삼각형이 서로 닮음이 될 조건은?

①



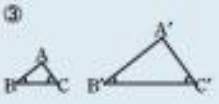
세 쌍의 대응변의 길이의 비가 같다. (SSS 닮음)

②



두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같다. (SAS 닮음)

③



두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같다. (AA 닮음)

033 겹쳐져 있는 두 삼각형에서 닮음 조건을 찾는 방법은?

먼저 공통인 각이 있는지 살펴보기!

△ABC ∽ △CBD (AA 닮음)

034 직각삼각형에서 각 변의 길이 사이의 관계는?

①^2=④×⑥
②^2=④×⑤
③^2=⑤×⑥
①×③=②×⑥

2. 닮음의 활용

01. 삼각형과 평행선

035 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 사이에는 어떤 관계가 있을까?

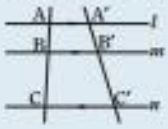
① $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이면
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$

② $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이면 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$

036 삼각형의 한 내각의 이등분선을 그었을 때, 선분의 길이의 비는?

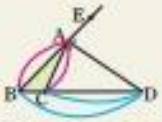
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

037 평행선과 선분의 길이의 비 사이에는 어떤 관계가 있을까?



왼쪽 그림에서
$l /\!/ m /\!/ n$이면
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$
$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$

038 삼각형의 한 외각의 이등분선을 그었을 때, 선분의 길이의 비는?



$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

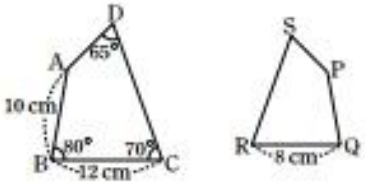
대단원 EXERCISES

해설 BOOK 034쪽 | 테스트 BOOK 052쪽

01 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

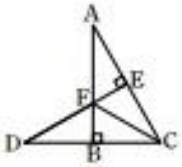
① 두 직각이등변삼각형은 닮음이다.
② 두 정삼각형은 닮음이다.
③ 두 사각기둥이 닮음이면 대응하는 면도 모두 닮음이다.
④ 두 원에서 둘레의 길이의 비가 닮음비이다.
⑤ 두 마름모는 대응하는 변의 길이의 비가 같으면 닮은 도형이다.

02 아래 그림에서 □ABCD∽□PQRS일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



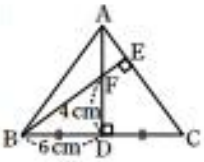
① $\angle P=145°$ ② $\angle Q=80°$
③ $\overline{AD}:\overline{PQ}=3:2$ ④ $\overline{PQ}=\frac{20}{3}$ cm
⑤ □ABCD와 □PQRS의 닮음비는 3 : 2이다.

03 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}\perp\overline{DE}$, $\overline{AB}\perp\overline{CD}$일 때, 다음 중 나머지 삼각형과 닮음이 아닌 것은?

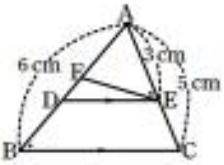


① △AEF ② △DBF
③ △ABC ④ △CEF
⑤ △DEC

04 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{BE}\perp\overline{AC}$이고, $\overline{BD}=\overline{CD}=6$ cm, $\overline{FD}=4$ cm 일 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.

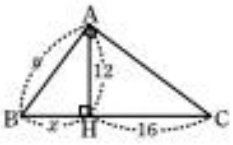


05 오른쪽 그림의 △ABC에서 $\angle B=\angle AEF$이고 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이다. $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{AC}=5$ cm, $\overline{AE}=3$ cm 일 때, $\overline{AF}+\overline{AD}$의 길이는?



① 5.8 cm ② 6.1 cm ③ 6.7 cm
④ 7.3 cm ⑤ 7.5 cm

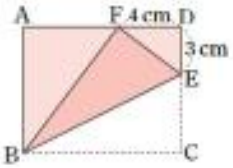
06 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90°$인 △ABC에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$일 때, x, y의 값을 각각 구하여라.



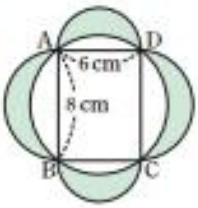
21 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 2, 3, 4　　② 3, 4, 5
③ 6, 8, 9　　④ 5, 12, 13
⑤ 8, 15, 17

22 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이 ABCD를 $\overline{BE}$를 접는 선으로 하여 꼭짓점 C가 $\overline{AD}$ 위의 점 F에 오도록 접었을 때, $\overline{BF}$의 길이를 구하여라.

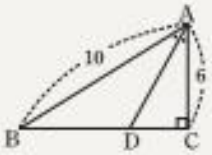


23 오른쪽 그림과 같이 원 안에 꼭 맞게 들어 있는 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 네 반원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



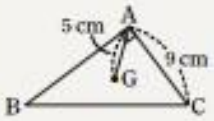
서술형

24 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선인 $\overline{AD}$에 대하여 $\overline{AD}^2$의 값을 구하여라.



답 _____

25 오른쪽 그림에서 점 G가 직각삼각형 ABC의 무게중심일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.



답 _____

심화 학습

VI Advanced Lecture

TOPIC 1

지레의 원리와 선분의 길이의 비

예전부터 사람들은 무거운 물건을 들어 올리기 위해 지레를 사용하였다. 지레를 이용하면 힘을 적게 들이고도 무거운 물건을 들 수 있기 때문이다. 고대 그리스의 수학자 아르키메데스는 지레에 다음과 같은 수학적 원리가 숨어 있음을 발견하였다.

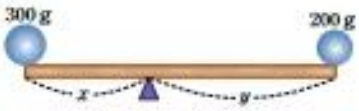
지레의 원리

지렛대의 양 끝의 무게와 받침점까지의 거리를 각각 곱한 값은 같다.

$m_1 \times d_1 = m_2 \times d_2$ ⇔ $m_1 : m_2 = d_2 : d_1$

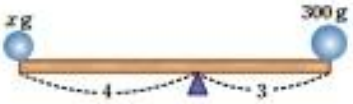
| 참고 | 지레에서 받침점에 작용하는 무게는 양 끝의 무게의 합 m_1+m_2이다.

위 지레의 원리로 다음과 같이 평형을 유지할 수 있는 조건을 쉽게 구할 수 있다.



$300x=200y$이므로

$x : y=200 : 300=2 : 3$



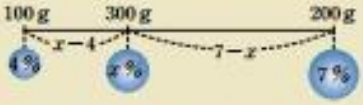
$4x=3\times300$이므로

$x=225$

지레의 원리를 응용하면 흥미롭게도 다음과 같은 방정식 문제도 해결할 수 있다.

예제 01 4 %의 소금물 100 g과 7 %의 소금물 200 g을 섞으면 몇 %의 소금물이 되는지 구하여라.

풀이 농도를 수직선에서의 좌표로 생각한 후 지레의 원리를 적용하면 된다.



$100(x-4)=200(7-x)$

$100x-400=1400-200x$

$300x=1800$ $\therefore x=6$

| 참고 | $x=6$은 소금의 양을 미지수로 놓고 연립방정식을 세워 푼 답과 일치한다.

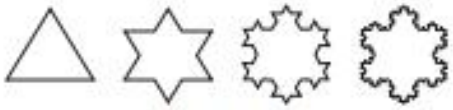
유제 01 5 %의 소금물 200 g과 8 %의 소금물 300 g을 섞으면 몇 %의 소금물이 되는지 지레의 원리를 이용하여 구하여라.

01 프랙털 속의 아름다움

프랙털이란 부분이 전체와 같은 형태를 가지고 있는 구조를 말하는데 우리말로 '자기 닮음'이라고 한다. 프랙털 구조는 우리 주변에서 쉽게 볼 수 있다. 위성 사진 속에서 보이는 해안선들의 모양이나 고사리와 같은 식물이 한 예이다.

프랙털 구조를 연구하던 폴란드의 수학자 만델브로트(1924~2010)는 1975년 자신의 책 제목을 생각하던 중 '부서진 상태'라는 뜻을 지닌 라틴어 'fractus'에서 힌트를 얻어 '프랙털(fractal)'이라는 단어를 사용하게 되었다. 이후 프랙털이라는 말은 일부 조각이 전체와 비슷한 기하학적 형태를 부르는 단어로 자리매김하였다.

다음은 프랙털 구조를 나타내는 대표적인 두 프랙털 도형인 코흐의 눈송이와 시어핀스키 삼각형을 만드는 과정이다.

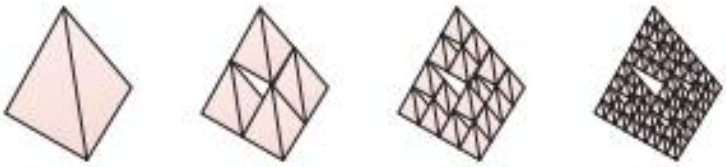


코흐의 눈송이

시어핀스키 삼각형

과정을 무한히 반복하면 시어핀스키 삼각형은 색칠한 삼각형들의 둘레의 길이의 합은 무한히 커지지만 넓이의 합은 한없이 작아지는 신기한 도형이 된다.

입체도형으로 만들어진 프랙털도 있는데 대표적인 것이 시어핀스키 피라미드이다. 시어핀스키 피라미드는 시어핀스키 삼각형의 원리를 정사면체에 적용한 것으로 프랙털 구조를 가진다. 만드는 방법은 다음 그림과 같이 정사면체의 각 모서리의 중점을 연결하였을 때 생기는 한가운데 있는 정팔면체를 제거하는 것을 반복하는 것이다.



[0단계] [1단계] [2단계] [3단계]

유형 TEST

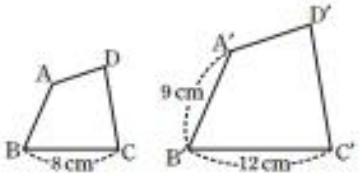
01. 도형의 닮음
02. 삼각형의 닮음 조건

SUMMA CUM LAUDE

해설 BOOK 066쪽
개념 BOOK 111쪽

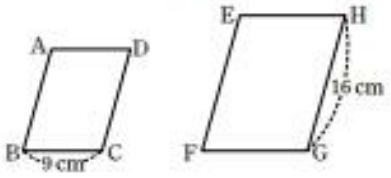
유형 1 평면도형에서의 닮음의 성질

01 중요 아래 그림에서 □ABCD∽□A′B′C′D′일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\angle A : \angle A' = 3 : 7$ ② $\angle C = \angle C'$
③ $\overline{AD} : \overline{A'D'} = 1 : 2$ ④ $\overline{AB} = 7$ cm
⑤ $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{A'D'}} = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}}$

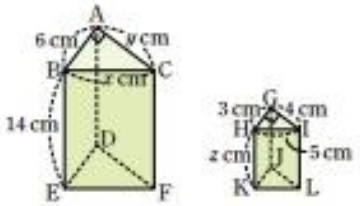
02 다음 그림에서 □ABCD와 □EFGH는 평행사변형이고 □ABCD∽□EFGH이다. 닮음비가 3 : 4일 때, □EFGH의 둘레의 길이를 구하여라.



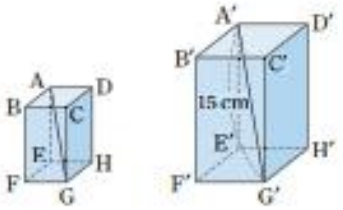
03 UP 원 O와 원 O′의 닮음비가 4 : 5이고, 원 O의 반지름의 길이가 8 cm일 때, 원 O′의 둘레의 길이를 구하여라.

유형 2 입체도형에서의 닮음의 성질

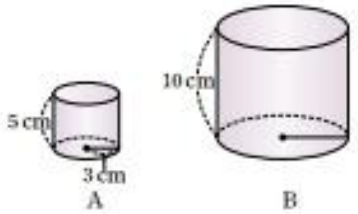
04 중요 다음 그림에서 두 삼각기둥은 닮은 도형이고, $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{GH}$일 때, $x+y+z$의 값을 구하여라.



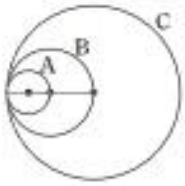
05 다음 그림의 두 직육면체는 닮은 도형이고, □ABCD∽□A′B′C′D′이다. $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 3 : 5$이고, $\overline{A'G'}$의 길이가 15 cm일 때, $\overline{AG}$의 길이를 구하여라.



06 다음 그림의 두 원기둥 A, B는 닮은 도형이다. 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.

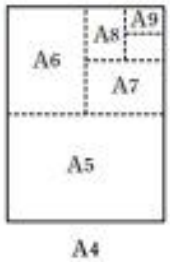


01 오른쪽 그림과 같이 한 점에서 만나는 세 원 A, B, C에 대하여 원 A는 원 B의 중심을 지나고, 원 B는 원 C의 중심을 지난다. 세 원 A, B, C의 닮음비를 구하여라.



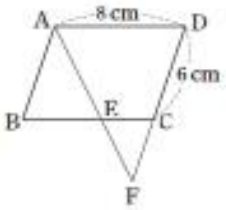
원 A의 반지름의 길이를 a라 하고, 두 원 B, C의 반지름의 길이를 각각 구한다.

02 오른쪽 그림과 같이 A4 용지를 반씩 접을 때마다 얻어지는 용지를 각각 A5, A6, A7, …이라고 한다. 이 용지는 모두 서로 닮은 도형이 될 때, A5 용지와 A9 용지의 닮음비를 구하여라.



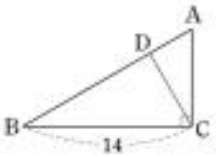
반씩 접을 때마다 얻어지는 용지는 모두 닮음이다.

03 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$의 연장선과 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 F라고 하자. $\overline{DC}=6$ cm, $\overline{AD}=8$ cm이고 $\overline{BE}:\overline{CE}=3:2$일 때, $\overline{FC}$의 길이를 구하여라.



$\overline{AB}/\!/\overline{DF}$이면 엇각의 크기가 같음을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾는다.

04 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=2\overline{AC}$, $\overline{BD}=3\overline{DA}$이다. $\overline{BC}=14$일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.

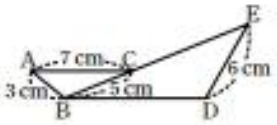


$\overline{DA}=x$라 하고, 주어진 조건을 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

01 다음 중 항상 닮은 도형이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

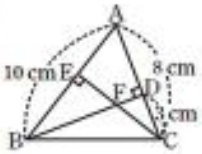
① 두 원 ② 두 직각이등변삼각형
③ 두 등변사다리꼴 ④ 두 정사면체
⑤ 두 부채꼴

02 다음 그림에서 △ABC∽△EDB일 때, $\overline{CE}$의 길이는?



① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

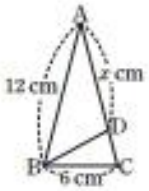
03 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AB}\perp\overline{CE}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이고, 점 F는 $\overline{BD}$와 $\overline{CE}$의 교점이다. $\overline{AB}=10$ cm, $\overline{AC}=8$ cm, $\overline{CD}=3$ cm일 때, $\overline{BE}$의 길이는?



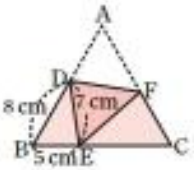
① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

서술형

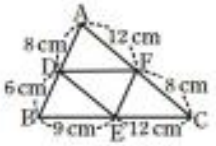
04 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=12$ cm, $\overline{BC}=\overline{BD}=6$ cm일 때, x의 값을 구하여라.



05 오른쪽 그림과 같은 정삼각형 모양의 종이 ABC를 $\overline{DF}$를 접는 선으로 하여 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 E에 오도록 접었다. $\overline{BE}=5$ cm, $\overline{ED}=7$ cm, $\overline{DB}=8$ cm일 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.



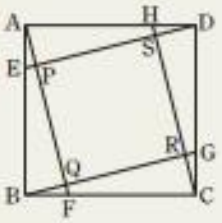
06 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{FE}$
② $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DF}$
③ $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$
④ $\angle B=\angle ADF$
⑤ △ABC∽△FEC

01

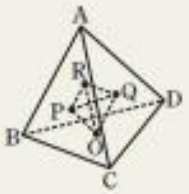
오른쪽 그림의 정사각형 ABCD의 네 변을 각각 4등분한 점의 하나를 각각 점 E, F, G, H라 하고, 이 점과 하나의 꼭짓점을 각각 연결하여 만들어진 사각형을 □PQRS라고 하자. 이때 □ABCD와 □PQRS의 넓이의 비를 구하여라.



① □PQRS는 어떤 사각형일까?
② △AEP에서 S의 정 왜, 사각형 PQRS의 넓이를 S에 대한 식으로 표현하면?

02

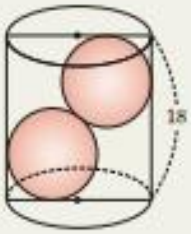
오른쪽 그림과 같이 부피가 27 cm^3인 사면체 A−BCD에서 △BCD, △ABC, △ACD, △ABD의 무게중심을 각각 O, P, Q, R라고 할 때, 사면체 O−PQR의 부피를 구하여라.



① $\overline{AP}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 M, $\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{CD}$의 교점을 N이라 할 때, $\overline{MN}$과 $\overline{BD}$의 관계는?
② 닮음비를 이용하여 부피의 비를 구할 수 있는지?

03

높이가 18인 원기둥 모양의 그릇이 있다. 여기에 반지름의 길이가 5인 구 2개를 오른쪽 그림과 같이 넣었더니 구끼리 서로 외접하면서 원기둥에 내접하였다. 이때 이 원기둥 모양의 그릇의 부피를 구하여라.



① 구의 반지름의 길이를 이용하여 원기둥의 밑면인 원의 지름의 길이를 구하면?
② 원기둥의 부피는?