SUMMA CUM LAUDE

튼튼한 개념! 흔들리지 않는 실력!

숨마쿰라우데®

[수학 기본서]

미적분

상위권 선호도 1위 브랜드

최강의 수학 기본서! – 숨마쿰라우데

이보다 더 상세할 수 없다! 쉽고 상세한 개념 설명

기초–기본–발전–심화 학습을 위한 체계적인 문제 구성

사고력을 넓히는 심화 연계 학습

내신·수능
필수 개념서

SUMMA CUM LAUDE

숨마쿰라우데®

[수학 기본서]

미적분

이룸이앤비
Education & Books

THINK MORE ABOUT YOUR FUTURE

INTRODUCTION

[이 책을 펴내면서]

새로운 교육과정에 맞추어 [숨마쿰라우데 미적분]이 출간되었습니다.
미적분은 고등학교 수학에서 이과 학생들이 마지막에 배우는 과목이므로
그 자체만으로도 부담을 느끼는 학생들이 많습니다.
여기에 수능 고난도 문제에 단골로 출제되다 보니 존재감도 큰 과목입니다.
수능 고득점을 위해 결코 놓칠 수 없는 미적분,
어떻게 공부해야 할까요?
이 고민에 대한 노력의 산물이 바로 [숨마쿰라우데 미적분]입니다.

[숨마쿰라우데 미적분]은 스토리텔링 기법에 기반한 내용 구성을 통해
개념과 원리를 쉽게 이해할 수 있도록 구성하였습니다.
스토리텔링 기법은 개념이 등장하게 된 계기와 개념의 전개,
그리고 그 결과를 도출하기까지 모든 과정을
논리적으로 보여주기 때문에 기본부터 차근차근 학습하려는
학생들에게 더할 나위 없이 좋은 도구입니다.

[숨마쿰라우데 미적분]은 묘수(妙手)보다는 정수(精髓)를 보여 드립니다.
개념에 대한 근본적인 학습 → 자주 출제되는 유형 숙지 → 다양한 난이도의 문제 풀이
를 통해 얄팍하지 않은, 그러면서 흔들리지 않는
수학 실력을 갖출 수 있도록 도와드립니다.
탄탄한 실력이 있기에 [숨마쿰라우데 미적분]은
어떤 형태의 시험도 두렵지 않습니다.

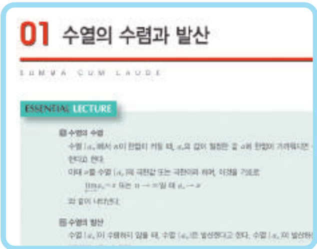
여러분이 이 책을 통해 미적분에 대해 흥미를 갖고
실력을 높이는 것이 저희들에게는 가장 큰 보람입니다.
[숨마쿰라우데 미적분]을 통해 여러분이 각자의 꿈에
한 걸음 더 가까이 다가갈 수 있기를 바랍니다.

– 저자 일동 –

THINK MORE ABOUT YOUR FUTURE

STRUCTURE

[이 책의 구성과 특징]

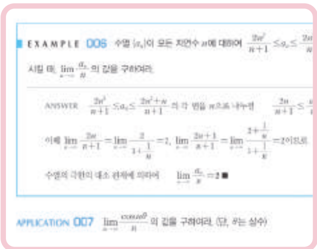

01 수열의 수렴과 발산

SUMMA CUM LAUDE

ESSENTIAL LECTURE

01 개념 학습

수학 학습의 기본은 개념에 대한 완벽한 이해입니다. 단원을 개념의 기본이 되는 소단원으로 분류하여, 기본 개념을 확실하게 이해할 수 있도록 설명하였습니다. 〈공식의 정리〉와 함께 〈공식이 만들어진 원리〉, 학습 선배인 〈필자들의 팁〉, 문제 풀이시 〈범하기 쉬운 오류〉 등을 설명하여 확실한 개념 정립이 가능하도록 하였습니다.

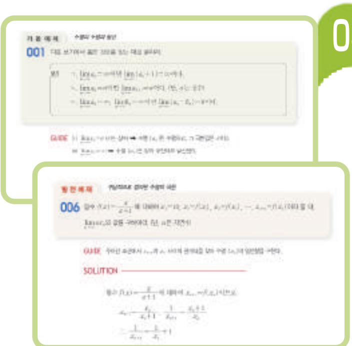

EXAMPLE 006

ANSWER

APPLICATION 007

02 EXAMPLE & APPLICATION

소단원에서 공부한 개념을 적용할 수 있도록 가장 적절한 〈EXAMPLE〉을 제시하였습니다. 다양한 접근 방법이나 추가 설명을 통해 개념을 확실하게 이해하고 넘어가도록 하였습니다. EXAMPLE에서 익힌 방법을 적용하거나 응용해 봄으로써 개념을 탄탄하게 다질 수 있도록 APPLICATION을 제시하였습니다.


001

GUIDE

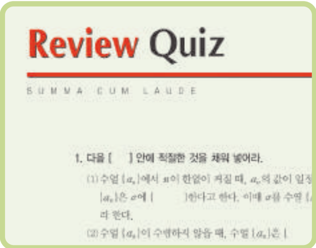
006

GUIDE

SOLUTION

03 기본예제 & 발전예제

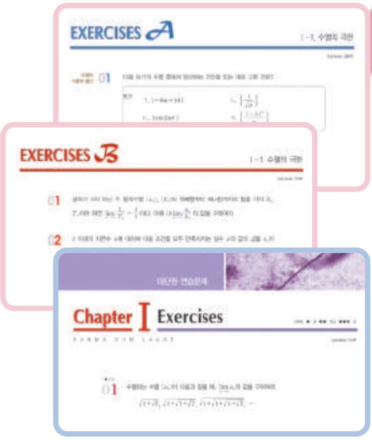
탄탄한 개념이 정리된 상태에서 본격적인 수학 단원별 유형을 익힐 수 있습니다. 대표적인 유형 문제를 〈기본예제〉와 〈발전예제〉로 구분해 풀이 GUIDE와 함께 그 해법을 보여 주고, 같은 유형의 〈유제〉 문제를 제시하여 해당 유형을 완벽하게 연습할 수 있습니다. 또, 〈Summa's Advice〉에 보충설명을 제시하여 실수하기 쉬운 사항, 중요한 추가적인 설명을 덧붙여 해당 문항 유형에 철저하게 대비할 수 있도록 하였습니다.


Review Quiz

SUMMA CUM LAUDE

04 중단원별 Review Quiz

소단원으로 나누어 공부했던 중요한 개념들을 중단원별로 모아 괄호 넣기 문제, 참 · 거짓 문제, 간단한 설명 문제 등을 제시하였습니다. 이는 중단원별로 중요한 개념을 다시 한번 정리하여 전체를 보는 안목을 유지할 수 있도록 해 줍니다.

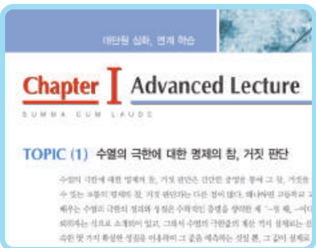

EXERCISES A

EXERCISES B

Chapter I Exercises

05 중단원별, 대단원별 EXERCISES

이미 학습한 개념과 유형문제들을 중단원과 대단원별로 테스트하도록 하였습니다. 〈난이도별〉로 A, B단계로 문항을 배치하였으며, 내신은 물론 수능 시험 등에서 출제가 가능한 문제들로 구성하여 정확한 자신의 실력을 측정할 수 있습니다. EXERCISES를 통해 부족한 부분을 스스로 체크하여 개념 학습으로 피드백하면 핵심 개념을 보다 완벽히 정리할 수 있습니다.


대단원 심화, 연계 학습

Chapter I Advanced Lecture

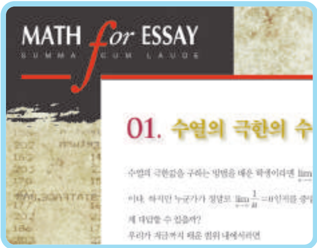
SUMMA CUM LAUDE

TOPIC (1) 수열의 극한에 대한 명제의 참, 거짓 판단

06 Advanced Lecture(심화, 연계 학습)

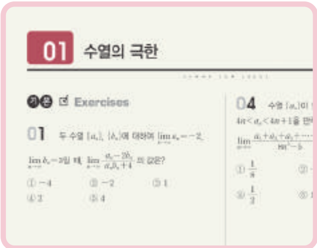
본문보다 더욱 심화된 내용과 앞으로 학습할 상위 단계와 연계된 내용을 제시하고 있습니다. 특히, 학생들이 충분히 이해할 수 있는 수준으로 설명하여 깊이 있는 학습으로 수학 실력이 보다 향상될 수 있도록 하였습니다.

[이 책의 구성과 특징]



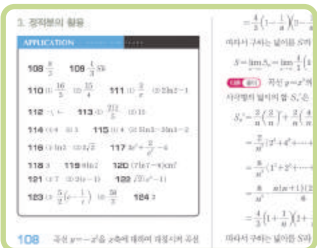
07 MATH for ESSAY

고2 수준에서 연계하여 공부할 수 있는 수리 논술, 구술에 관련된 학습 사항을 제시하였습니다. 앞의 심화, 연계 학습과 더불어 좀 더 수준 있는 수학을 접하고자 하는 학생들을 위해 깊이 있는 수학 원리 학습은 물론 앞으로 입시에서 강조되는 〈수리 논술, 구술〉에도 대비할 수 있도록 하였습니다.



08 내신 · 모의고사 대비 TEST

수학 공부에서 많은 문제를 접하여 적응력을 키우는 것은 원리를 이해하는 것과 함께 중요한 수학 공부법 중 하나입니다. 이를 위해 별도로 단원별 우수 문제를 〈내신 · 모의고사 대비 TEST〉를 통해 추가로 제공하고 있습니다. 단원별로 자신의 실력을 측정하거나, 중간 · 기말 시험 및 각종 모의고사에 대비하여 실전 감각을 기를 수 있습니다.



09 SUB NOTE – 정답 및 해설

각 문제에 대한 좋은 해설은 문제풀이 만큼 실력 향상을 위해 필요한 요소입니다. 해당 문제에 대해 가장 적절하고 쉬운 풀이 방법을 제시하였으며, 알아두면 도움이 되는 추가적인 풀이 방법 역시 제시하여 자학자습을 위한 교재로 손색이 없도록 하였습니다.

SUMMA CUM LAUDE-MATHEMATICS

CONTENTS

숨마쿰라우데® [미적분]

THINK MORE ABOUT YOUR FUTURE

CONTENTS

[이 책의 차례]

CHAPTER Ⅱ. 미분법

CONTENTS

CHAPTER Ⅲ. 적분법

THINK MORE ABOUT YOUR FUTURE

CONTENTS

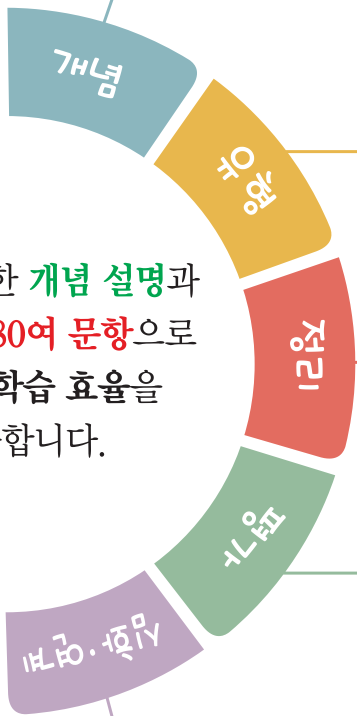
[이 책의 차례]

THINK MORE ABOUT YOUR FUTURE

STUDY SYSTEM

[수학 학습 시스템]

쉽고 상세한 **개념 설명**과
엄선된 **1280여 문항**으로
최고의 학습 효율을
제공합니다.



단원 개념 학습 단계

EXAMPLE
APPLICATION

필수 유형 학습 단계

기본, 발전예제
유제

단원 학습 정리 단계

중단원별 Review Quiz
중단원별 EXERCISES
대단원별 Exercises

최종 실력 테스트 단계

내신 · 모의고사 대비 TEST

심화, 연계 학습 단계

Advanced Lecture
MATH for ESSAY

THINK MORE ABOUT YOUR FUTURE

수학 공부법 특강

상위 1%가 되기 위한 효율적 학습법

www.erumenb.com

「미적분」은 이과 학생들만이 공부하는 과목으로 과목명에서 유추할 수 있듯이 핵심이 되는 학습 내용은 함수의 미분과 적분이다.

「수학Ⅱ」에서는 미분과 적분을 다항함수에 국한지어 다룬 반면 「미적분」에서는 지수함수와 로그함수, 삼각함수 등 다소 복잡한 함수들의 미분과 적분을 다루고, 이를 바탕으로 여러 가지 새로운 내용을 공부하게 된다.

「미적분」에서는 다루는 함수의 폭이 넓어졌기 때문에 「수학Ⅱ」에 비해 훨씬 다양하고 복잡한 형태의 문제를 공부하게 될 것이다. 그렇다고 해서 「미적분」에 대해 지나치게 어려움을 느낄 필요는 없다. 왜냐하면 새로 배우게 될 함수의 정의 및 특성만 완벽히 익힌다면, 나머지 내용은 「수학Ⅱ」에서 배웠던 미분과 적분의 정의를 통해 모두 유도될 수 있기 때문이다.

또한 「수학Ⅱ」에서 배운 공식이나 개념이 생각나지 않더라도 크게 걱정할 필요는 없다. 「미적분」에서 다루는 미분과 적분의 개념이 「수학Ⅱ」에서 배운 미분과 적분의 개념과 같으므로 나름 복습한다는 자세로 학습해도 된다. 더욱이 본 교재에서는 제시된 모든 공식에 대해 그 증명 과정 역시 친절히 제시하고 있으므로 각 증명 과정을 따라 공부하다 보면 쉽게 개념을 떠올릴 수 있을 것이다.

「미적분」은 수열의 극한, 미분법, 적분법의 3개의 단원으로 구성되어 있다. 각 단원에서 중요하게 생각하고 있는 부분 혹은 공부하는 방향에 대해 간략하게 살펴보도록 하자.

Ⅰ. 수열의 극한	① 미분과 적분을 배우기 위한 기초 단계에 해당하는 내용으로 나오는 문제들의 유형이 많지 않으니 각각의 접근법을 숙지하고, 유형별로 충분한 문제 연습을 통해 문제를 해결하는 방법에 익숙해져야 한다. ② 극한의 의미는 「수학Ⅱ」에서 익혀 결코 새롭다거나 어려운 내용이 아니므로 편하게 받아들여질 것이다. 무엇보다 가장 중요한 것이 무한대(∞)와 수렴에 대한 이해이므로 개념을 충분히 익히도록 하자.
Ⅱ. 미분법	① 지수함수와 로그함수, 삼각함수의 미분에서 다뤄지는 공식은 반드시 유도할 수 있어야 하고 암기해야 한다. ② 여러 가지 함수의 미분에 대한 내용을 완벽하게 숙지하도록 한다. ③ 미분을 이용하여 그래프의 개형을 그리는 방법에 익숙해져야 한다. 특히 방정식이나 부등식 등의 문제를 해결함에 있어 그래프의 개형을 이용하면 복잡한 문제를 조금 더 간단하게 접근할 수 있다.
Ⅲ. 적분법	① 여러 가지 함수의 적분법에 대한 내용을 완벽하게 숙지하도록 한다. ② 적분의 의미는 「수학Ⅱ」에서 충분히 익혔겠지만 본 단원에서 도형의 넓이나 부피 등을 구하는 방법을 배우면서 더 직관적으로 이해할 수 있도록 하자.

「미적분」에 대한 핵심 내용과 더불어 미분과 적분을 학습하는 독자들이 가졌으면 하는 마음가짐 몇 가지를 조언하는 바이다.

1 미적분학, 미리 겁먹지 말자!

흔히 미적분학은 고등학교 수학의 최종 관문 중 하나로 인식되는 경우가 많다. 많은 학생들이 미분과 적분이라는 단어에 기가 눌려 무턱대고 어려운 과목으로 인식하곤 한다. 그러나 미적분학은 생각하는 것처럼 어려운 과목이 아님을 우선 밝혀 둔다. 미적분학은 본래 고대 그리스 시대에서부터 여러 가지 계산 및 세상에 대한 이해를 위해 자연스럽게 발전해 온 학문이다. 이천 년 전의 사람들이 할 수 있는 것이라면, 물론 우리들도 할 수 있을 것이다.
따라서 기본적인 정의를 먼저 이해하고 차근차근 공부하다 보면 어느새 미적분학은 수학의 편리한 도구가 되어 있을 것이다. 단순히 지레짐작으로 어려울거라 생각하여 섣불리 '수포자'가 되는 실수를 범하지 않도록 하자.

2 극한, 완벽하게 이해하자!

미적분학은 극한의 개념이 없다면 성립할 수 없는 학문이다. 이미 「수학Ⅱ」에서 기본적인 개념을 공부하였겠지만, 미분계수와 정적분 등의 미적분학 기본 용어들은 극한의 바탕 위에

정의되어 있다. 이를 올바르게 이해하며 공부하기 위해서는 극한의 개념에 대한 정확한 이해와 올바른 사고방식이 필요하다. 아직 극한에 대한 이해가 충분하다고 생각되지 않는 학생이라면 「미적분」을 공부하기 전에 「수학Ⅱ」의 함수의 극한을 간단하게나마 다시 한 번 살펴보는 것을 권한다.

3 기본 개념의 이해는 필수!

다른 어떤 수학 분야도 마찬가지겠지만 미적분학을 공부할 때에는 기본 개념을 매우 중요하게 여기고 반드시 기억해야 한다. 그러나 많은 학생들이 기본 개념을 등한시하고 공식만을 기억하여 계산 중심의 수학을 공부하곤 한다. 물론 미적분학이 여러 가지 계산에 중요하게 쓰이기도 하지만, 이 과정에서 자신이 계산하는 대상의 정확한 뜻을 모르면 계산의 진정한 의미를 이해할 수 없다. 예를 들어 「수학Ⅱ」에서 배운 '정적분으로 나타내어진 함수의 극한'에 대한 식

$$\lim_{x \to a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t)\,dt = f(a)$$

를 다시 한 번 생각해 보자. 이 식은 미분계수의 정의와 정적분의 정의에 기반을 둔 것으로 미분계수의 정의와 정적분의 정의를 알면 당연한 것이지만, 이를 모르고 식을 암기하면 간단한 문제는 계산하더라도 까다로운 문제를 보면 문제 풀이의 갈피를 잡지 못해 당황하여 풀지 못하기 일쑤이다. 기본 개념을 알지 못하면 미적분학에서 다루는 대부분의 식의 의미를 파악할 수 없다. 따라서 미적분학은 수학의 그 어떤 분야에서보다도 기본 개념의 이해가 무척 중요하다.

4 식이 품고 있는 의미를 이해하라.

미적분학을 뜻하는 영어 단어 'calculus'는 계산하다는 뜻의 영어 단어 'calculate'와 그 생김새가 비슷하다. 미적분학은 사실은 계산하는 과목, 즉 산수의 일종이라고 말하는 듯하다. 실제로 미적분학을 산수처럼 생각하는 수준에 이르면 미분이나 적분이 쓰이는 문제를 자유롭게 다루고 해결할 수 있다.

미분과 적분은 모두 일상생활에서 흔히 볼 수 있는 현상을 해석하기 위해 발전한 학문이다. 그러다 보니 미분과 적분의 기본 개념 및 공식들은 모두 그것이 품고 있는 의미를 이해한다면, 모두 '상식적으로 당연한' 것이다. 물론 공부를 처음 시작할 때에는 개념 하나하나가 상당히 어렵고 까다로울 것이다. 먼저 기본 개념을 정확히 이해하고, 공부하면서 만나는 여러 식들이 어떤 의미를 담고 있는지를 생각해 보라.

예를 들어 미분계수는 '접선의 기울기', 정적분은 '넓이' 등으로 생각하는 것이다. 본 교재는 본문에 등장하는 각종 공식의 의미를 이해하기 쉽게 설명해 두었다. 이 과정을 거치며 공부하다 보면

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$$

와 같은 식이 무엇을 더 설명해야 할지 모를 정도로 당연한 식으로 보이기 시작할 것이다. 이와 같이 등장하는 개념을 그 의미까지 포함하여 완전히 내 것으로 만들도록 노력하자.
그럼으로써 비로소 미적분학을 자유롭게 다룰 수 있게 될 것이다. 기본 개념 및 정의를 철저하게 이해하여 암기하고, 각종 공식의 의미까지 잘 이해하고 있다면 어떤 미적분학 문제를 만나더라도 무섭지 않을 것이다.

5 문제를 단순화 시켜라.

대부분의 학생들은 복잡해 보이는 문장제 문제가 등장하면 읽기부터 포기하는 경우가 많다. 복잡해 보이는 문제는 반드시 어려운 문제일 것이라는 선입견을 버리자. 문장만 길 뿐 단순한 원리로 풀어지는 문제도 많기 때문이다.

모의고사, 대학수학능력시험 등에서는 결코 교과 과정 이외의 내용이 출제되지 않는다.

이런 이유로 간단한 식으로 표현될 수 있는 내용을 여러 정보와 섞거나 혹은 긴 문장으로 식을 숨기는 형식으로 문제가 출제되는 것이다. 이러한 문제에 익숙하지 않거나 두려움을 느낀다면 가장 먼저

문제에 주어진 정보를 모두 따로 떼어 적어 놓고 시작하는 것이 좋다.

출제자는 정보를 찾지 못할 정도로 문제를 복잡하게 만들지는 않는다. 여러분은 충분히 정보를 뽑을 수 있다. 일단 정보를 빼내고 나면 문제의 길이에 비하여 쉬운 문제일 수도 있으므로 문제가 길다고 해서 두려움을 가질 필요는 전혀 없다!

CHAPTER I
수열의 극한

숨마쿰라우데®
[미적분]

1. 수열의 극한
2. 급수

INTRO to Chapter Ⅰ

수열의 극한

SUMMA CUM LAUDE

끝없이 뻗어 나가는 길의 모습에서 극한의 개념을 떠올릴 수 있다. 이 길의 끝은 어디일까? 수열의 끝은 어디일까? 수열이 무한히 진행되었을 때, 그 수열의 끝이 어떻게 되는가에 대해 알아보는 것이 바로 '수열의 극한'이다.

본 단원의 구성에 대하여...

<table>
<tr><td rowspan="3">Ⅰ. 수열의 극한</td><td>1. 수열의 극한</td><td>01 수열의 수렴과 발산
02 극한값의 계산
03 등비수열의 극한
● Review Quiz
● EXERCISES</td></tr>
<tr><td>2. 급수</td><td>01 급수
02 등비급수
● Review Quiz
● EXERCISES</td></tr>
<tr><td colspan="2">● 대단원 연습문제
● 대단원 심화, 연계 학습
TOPIC (1) 수열의 극한에 대한 명제의 참, 거짓 판단
TOPIC (2) 조화급수와 교대급수
TOPIC (3) 그래프를 이용하여 극한값 구하기
● 논술, 구술 자료
01. 수열의 극한의 수학적인 정의</td></tr>
</table>

둘레의 길이가 무한하다?

수열의 극한 단원은 의외로 재미있는 구석이 많다. 코흐의 눈송이에 대해 들어본 적이 있는가? 코흐의 눈송이는 수열의 극한을 배울 때 자주 등장하는 흥미로운 내용이다.

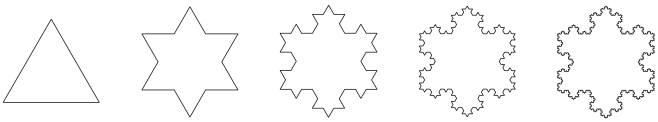


Figure_ 코흐의 눈송이(Koch Snowflake)

01 수열의 수렴과 발산

SUMMA CUM LAUDE

ESSENTIAL LECTURE

1 수열의 수렴

수열 $\{a_n\}$에서 n이 한없이 커질 때, a_n의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 수열 $\{a_n\}$은 α에 수렴한다고 한다.

이때 α를 수열 $\{a_n\}$의 극한값 또는 극한이라 하며, 이것을 기호로

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha \text{ 또는 } n \to \infty \text{일 때 } a_n \to \alpha$$

와 같이 나타낸다.

2 수열의 발산

수열 $\{a_n\}$이 수렴하지 않을 때, 수열 $\{a_n\}$은 발산한다고 한다. 수열 $\{a_n\}$이 발산하는 경우는 다음과 같이 3가지로 나눌 수 있다.

(1) 양의 무한대로 발산

수열 $\{a_n\}$에서 n이 한없이 커질 때, a_n의 값도 한없이 커지면 수열 $\{a_n\}$은 양의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \infty \text{ 또는 } n \to \infty \text{일 때 } a_n \to \infty$$

와 같이 나타낸다.

(2) 음의 무한대로 발산

수열 $\{a_n\}$에서 n이 한없이 커질 때, a_n의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 수열 $\{a_n\}$은 음의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로

$$\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty \text{ 또는 } n \to \infty \text{일 때 } a_n \to -\infty$$

와 같이 나타낸다.

(3) 진동

수열 $\{a_n\}$이 수렴하지도 않고, 양의 무한대나 음의 무한대로 발산하지도 않으면 수열 $\{a_n\}$은 진동한다고 한다.

수학 Ⅰ에서 배운 수열을 떠올려 보자.

수열 단원에서는 수열 $\{a_n\}$의 '제10항' 또는 '첫째항부터 제10항까지의 합'과 같은 수열의 유한한 일부분에 집중하여 공부하였다.

이 단원에서는 유한에서 무한으로 영역을 확장하여 수열 $\{a_n\}$에서 n이 한없이 커질 때, a_n의 값이 어떻게 되는지에 대해 알아볼 것이다.

EXAMPLE 001 다음 수열의 극한값을 구하여라.

(1) $\left\{3+\dfrac{7}{n}\right\}$ (2) $\left\{\dfrac{2}{n}-5\right\}$

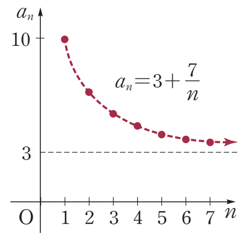
(3) $\left\{\left(-\dfrac{3}{5}\right)^n\right\}$ (4) $\{(-1)^{2n}\}$

ANSWER $n=1, 2, 3, 4, \cdots$일 때, 각 항의 값의 변화를 그래프로 나타내어 알아본다.

(1) 수열 $\left\{3+\dfrac{7}{n}\right\}$은 $10, \dfrac{13}{2}, \dfrac{16}{3}, \dfrac{19}{4}, \dfrac{22}{5}, \cdots$이므로

그래프를 살펴보면 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(3+\frac{7}{n}\right)=3$

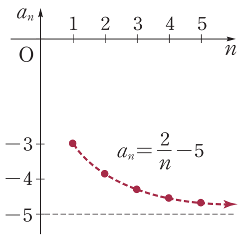
따라서 수열 $\left\{3+\dfrac{7}{n}\right\}$의 극한값은 **3**이다. ■



(2) 수열 $\left\{\dfrac{2}{n}-5\right\}$는 $-3, -4, -\dfrac{13}{3}, -\dfrac{9}{2}, \cdots$이므로

그래프를 살펴보면 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{n}-5\right)=-5$

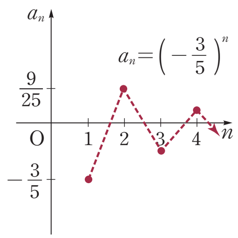
따라서 수열 $\left\{\dfrac{2}{n}-5\right\}$의 극한값은 $\mathbf{-5}$이다. ■



(3) 수열 $\left\{\left(-\dfrac{3}{5}\right)^n\right\}$은 $-\dfrac{3}{5}, \dfrac{9}{25}, -\dfrac{27}{125}, \dfrac{81}{625}, \cdots$이므로

그래프를 살펴보면 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{3}{5}\right)^n=0$

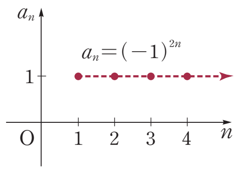
따라서 수열 $\left\{\left(-\dfrac{3}{5}\right)^n\right\}$의 극한값은 **0**이다. ■



(4) 수열 $\{(-1)^{2n}\}$은 $1, 1, 1, 1, \cdots$이므로

그래프를 살펴보면 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(-1)^{2n}=1$

따라서 수열 $\{(-1)^{2n}\}$의 극한값은 **1**이다. ■



APPLICATION 001 다음 수열의 극한값을 구하여라.

Sub Note 002쪽

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

(1) $\left\{1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right\}$ (2) $\left\{\dfrac{2n}{n!}\right\}$ (3) $\left\{\dfrac{[n]}{n}\right\}$ (4) $\left\{\dfrac{(-1)^n}{2n}\right\}$

기 본 예 제 001 수열의 수렴과 발산

다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라.

보기

ㄱ. $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$이면 $\lim_{n\to\infty}(a_n+1)=\infty$이다.

ㄴ. $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$이면 $\lim_{n\to\infty} a_{n+1}=\alpha$이다. (단, α는 상수)

ㄷ. $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \infty$이면 $\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=0$이다.

GUIDE (i) $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$ (α는 상수) ➡ 수열 $\{a_n\}$은 수렴하고, 그 극한값은 α이다.

(ii) $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ ➡ 수열 $\{a_n\}$은 양의 무한대로 발산한다.

SOLUTION

ㄱ. 수열 $\{a_n+1\}$은 수열 $\{a_n\}$의 각 항에 1을 더한 수열이므로 수열 $\{a_n\}$이 양의 무한대로 발산하면 수열 $\{a_n+1\}$도 양의 무한대로 발산한다.

즉, $\lim_{n\to\infty}(a_n+1)=\infty$ (참)

ㄴ. n이 한없이 커질 때, a_n과 a_{n+1}의 값의 차는 0에 한없이 가까워지므로 수열 $\{a_n\}$의 극한값과 수열 $\{a_{n+1}\}$의 극한값은 같다고 할 수 있다.

이때 수열 $\{a_n\}$의 극한값이 α이므로 수열 $\{a_{n+1}\}$의 극한값도 α이다.

즉, $\lim_{n\to\infty} a_{n+1}=\alpha$ (참)

ㄷ. (반례) $a_n=n$, $b_n=n-1$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n=\infty$, $\lim_{n\to\infty} b_n=\infty$이지만

$\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=\lim_{n\to\infty}(n-n+1)=1$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. ■

유제 **001-1** 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라. Sub Note 052쪽

보기

ㄱ. 수열 $\left\{\dfrac{\cos n\pi}{n}\right\}$는 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}(-1)^n k=\pm k$이다. (단, k는 실수)

ㄷ. 수열 $\{|a_n|\}$이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$도 수렴한다.

발 전 예 제 *귀납적으로 정의된 수열의 극한*

006 함수 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$에 대하여 $x_1=10,\ x_2=f(x_1),\ x_3=f(x_2),\ \cdots,\ x_{n+1}=f(x_n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} nx_n$의 값을 구하여라. (단, n은 자연수)

GUIDE 주어진 조건에서 x_{n+1}과 x_n 사이의 관계식을 찾아 수열 $\{x_n\}$의 일반항을 구한다.

SOLUTION

함수 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$에 대하여 $x_{n+1}=f(x_n)$이므로

$$x_{n+1}=\frac{x_n}{x_n+1},\ \frac{1}{x_{n+1}}=\frac{x_n+1}{x_n}$$

$$\therefore\ \frac{1}{x_{n+1}}=\frac{1}{x_n}+1$$

따라서 수열 $\left\{\dfrac{1}{x_n}\right\}$은 첫째항이 $\dfrac{1}{x_1}$이고 공차가 1인 등차수열이므로

$$\frac{1}{x_n}=\frac{1}{x_1}+(n-1)\cdot 1=\frac{1}{10}+(n-1)=\frac{10n-9}{10}$$

$$\therefore\ x_n=\frac{10}{10n-9}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty} nx_n=\lim_{n\to\infty}\frac{10n}{10n-9}=\lim_{n\to\infty}\frac{10}{10-\frac{9}{n}}=\mathbf{1}\ \blacksquare$$

Summa's Advice

유리함수 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}=1-\dfrac{1}{x+1}$의 그래프를 이용하면 $x_{n+1}=\dfrac{x_n}{x_n+1}$을 만족시키는 수열 $\{x_n\}$의 극한값을 구할 수 있다. 자세한 내용은 104~105쪽의 **Advanced Lecture**를 참고하길 바란다.

Sub Note 053쪽

유제 **006-1** $a_1=3,\ a_{n+1}=\dfrac{5a_n+2}{2a_n+5}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 $b_n=\dfrac{a_n-1}{a_n+1}$을 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha,\ \lim_{n\to\infty} b_n=\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하여라.

(단, $\alpha,\ \beta$는 실수)

Review Quiz

SUMMA CUM LAUDE

Sub Note 098쪽

1. 다음 [ ] 안에 적절한 것을 채워 넣어라.

(1) 수열 $\{a_n\}$에서 n이 한없이 커질 때, a_n의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 수열 $\{a_n\}$은 α에 [ ]한다고 한다. 이때 α를 수열 $\{a_n\}$의 [ ] 또는 [ ]이라 한다.

(2) 수열 $\{a_n\}$이 수렴하지 않을 때, 수열 $\{a_n\}$은 [ ]한다고 한다. 이러한 경우는 n이 한없이 커질 때 a_n의 값이 한없이 커지는 경우, n이 한없이 커질 때 a_n의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지는 경우, 수열 $\{a_n\}$이 [ ]하는 경우로 나눌 수 있다.

(3) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n=\beta$ (α, β는 실수)일 때, 수열 $\{c_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le c_n \le b_n$이고 [ ]이면 $\lim_{n\to\infty} c_n=\alpha$이다.

(4) 등비수열 $\{r^n\}$에서

① $r>1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=$[ ] (발산)

② $r=1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=$[ ] (수렴)

③ $-1<r<1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=$[ ] (수렴)

④ $r\le -1$일 때, 수열 $\{r^n\}$은 [ ]한다. (발산)

2. 다음 문장이 참(true) 또는 거짓(false)인지 결정하고, 그 이유를 설명하거나 적절한 반례를 제시하여라.

(1) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} a_nb_n=\lim_{n\to\infty} a_n \cdot \lim_{n\to\infty} b_n$이다.

(2) 두 수열 $\{a_n+b_n\}$, $\{a_n\}$이 모두 수렴하면 수열 $\{b_n\}$도 수렴한다.

(3) $-1<r\le 1$이 아닐 때, 등비수열 $\{ar^{n-1}\}$은 극한값을 가질 수 없다.

3. 다음 물음에 대한 답을 간단히 서술하여라.

(1) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴, $\infty-\infty$ 꼴의 극한을 구하는 방법을 설명하여라.

(2) r^n을 포함한 수열의 극한을 구하는 방법을 설명하여라.

EXERCISES A

Sub Note 099쪽

수열의 수렴과 발산 **01**

다음 보기의 수열 중에서 발산하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\{-6n+10\}$　　ㄴ. $\left\{\frac{1}{\sqrt{n}}\right\}$

ㄷ. $\{\cos 2n\pi\}$　　ㄹ. $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$

① ㄱ　② ㄹ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

수열의 극한에 대한 기본 성질 **02**

수렴하는 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}(3a_n+b_n)=30$, $\lim_{n\to\infty}(2a_n-3b_n)=9$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$의 값을 구하여라.

$\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한 **03**

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n=n^2-n+1$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n+1}$의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 1　⑤ 2

$\infty-\infty$ 꼴의 극한 **04** 서술형

$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{an^2+bn}-3n)=1$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

a_n을 포함한 수열의 극한 **05**

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n+1}{3a_n-5}=5$일 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값을 구하여라.

Sub Note 101쪽

01 공차가 0이 아닌 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하면 $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{T_n}=\frac{3}{5}$이다. 이때 $10\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$의 값을 구하여라.

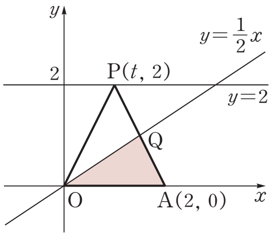
02 2 이상의 자연수 n에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 실수 x의 값의 합을 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n}{n}$의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

> (가) $n[x]^2-n[x]+[x]-1=0$　　(나) $\frac{1}{n^2}\le x-[x]\le\frac{1}{n}$
>
> (다) $[n^2x]=n^2x$

03 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}a_n=\infty$, $\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=3$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+2b_n}{a_n-2b_n}$의 값을 구하여라.

04 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$과 직선 $y=2$ 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(t,\ 2)$에 대하여 선분 AP와 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 만나는 점을 Q라 하자.

△QOA의 넓이가 △POA의 넓이의 $\frac{1}{3}$일 때의 t의 값을 t_1, $\frac{1}{2}$일 때의 t의 값을 t_2, $\cdots$, $\frac{n}{n+2}$일 때의 t의 값을 t_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}t_n$의 값을 구하여라. (단, O는 원점)



05 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}\le a_n\le\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}a_k}{\sqrt{2n+2}}$의 값은?

① 0　② $\frac{\sqrt{2}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$　④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Chapter I Exercises

난이도 ■ : 중 ■■ : 중상 ■■■ : 상

SUMMA CUM LAUDE

Sub Note 113쪽

■□□

01 수렴하는 수열 $\{a_n\}$이 다음과 같을 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하여라.

$$\sqrt{1+\sqrt{2}},\ \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{2}}},\ \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{2}}}},\ \cdots$$

■□□

02 $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{16n^2-3n+5}}{an^2+12n-1}=b$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+2n-7}{\sqrt{bn^2-4n}}$의 값을 구하여라.

(단, a, b는 상수, $b\neq0$)

■■□

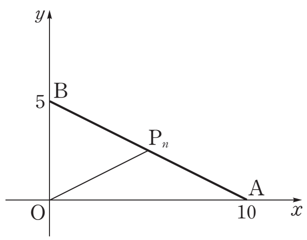
03 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 세 조건을 만족시킨다.

(가) $a_n+b_n=4n$　　(나) $a_nb_n=3n-2$　　(다) $a_n<b_n$

이때 $20\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하여라.

■■□

04 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(10,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 5)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB가 있다. 선분 AB 위에 $\triangle \mathrm{OAP}_n : \triangle \mathrm{OBP}_n=2n : (3n-1)$이 되도록 점 $\mathrm{P}_n(\alpha_n,\ \beta_n)$을 잡을 때, $\lim_{n\to\infty}\alpha_n\beta_n$의 값을 구하여라. (단, n은 자연수)



Chapter I Advanced Lecture

SUMMA CUM LAUDE

TOPIC (1) 수열의 극한에 대한 명제의 참, 거짓 판단

수열의 극한에 대한 명제의 참, 거짓 판단은 간단한 증명을 통해 그 참, 거짓을 쉽게 판단할 수 있는 보통의 명제의 참, 거짓 판단과는 다른 점이 많다. 왜냐하면 고등학교 교육과정에서 배우는 수열의 극한의 정의와 성질은 수학적인 증명을 생략한 채 '~일 때, ~이다'로 일단 신뢰하자는 식으로 소개되어 있고, 그래서 수열의 극한값의 계산 역시 실제로는 신뢰하기로 약속한 몇 가지 확실한 성질을 이용하여 그 값을 예측하는 것일 뿐, 그 값이 실제로 정말 극한값이 맞는지를 증명하기는 어렵기 때문이다.

이렇듯 수열의 극한에 대한 명제의 참, 거짓을 수학적으로 증명하기란 거의 불가능하기 때문에 고등학교 수준에서 참, 거짓을 밝히는 방법이라고는

주어진 명제를 (신뢰할 수 있는) 수열의 극한의 성질을 이용할 수 있도록 변형하거나

거짓임을 보일 수 있는 반례를 제시하는 정도이다.

따라서 수열의 극한값의 계산에서와 마찬가지로 다소 애매한 감이 없지 않은 무한대와 수렴, 발산의 개념을 직관적으로 잘 이해하고 그것을 바탕으로 참, 거짓을 판단하는 능력을 키우도록 하자.

수열의 극한에서 가장 중요한 것은 무한대(∞)와 수렴에 대한 이해

수열이 (양의 또는 음의) 무한대로 발산하는 경우를 생각해 보자.

유한확정값(상수) c에 대하여

$\infty \pm c = \infty$ 무한대로 발산하는 수열에 유한확정값을 더하거나 빼더라도 그대로 무한대로 발산한다.

$\infty + \infty = \infty$ 무한대로 발산하는 수열끼리의 합은 무한대로 발산한다.

$\infty \times \infty = \infty$ 무한대로 발산하는 수열끼리의 곱은 무한대로 발산한다.

$\infty \times c = \infty$ (단, $c>0$) 무한대로 발산하는 수열에 유한확정값을 곱하더라도 그대로 무한대로 발산한다.

$\dfrac{\infty}{c} = \infty$ (단, $c>0$) 무한대로 발산하는 수열을 유한확정값으로 나누더라도 그대로 무한대로 발산한다.

$\dfrac{c}{\infty} = 0$ 유한확정값을 무한대로 발산하는 수열로 나누면 0으로 수렴한다.

01. 수열의 극한의 수학적인 정의

수열의 극한값을 구하는 방법을 배운 학생이라면 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$임을 쉽게 알 수 있을 것이다. 하지만 누군가가 정말로 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$인지를 증명해 보라고 한다면 우리는 어떻게 대답할 수 있을까?
우리가 지금까지 배운 범위 내에서라면

(1) $n=1$, $n=2$, $n=3$, $\cdots$을 차례로 대입해 보면 $\frac{1}{n}$이 점점 0에 가까워진다.

(2) 함수 $y=\frac{1}{x}$의 그래프를 그려 보면 $x \to \infty$로 갈 때 y의 값이 점점 0으로 가까워진다.

는 식으로 주장해 볼 수 있을 것이다.
하지만 엄밀히 따져 보면 이러한 방법들은 어디까지나 수열이 0으로 수렴할 것을 '예측'하는 것이지 그것을 '증명'한 것은 아니다. 즉, 우리가 알고 있는 수열의 극한값의 계산이라는 것은 사실 '수렴할 것으로 예상되는 값'을 구하는 것이지 직접 수렴하는 값을 구하는 것은 아니라는 것이다.

이것이 지금까지 우리가 다뤄왔던 다른 단원들과 극한 단원 사이의 가장 큰 차이점이다. 방정식을 풀든 부등식을 풀든 그 어떤 식을 풀든 간에 다른 단원에서는 언제나 수학적으로 논리적인 증명을 통하여 답을 구해낸다. 그런데 수열의 수렴과 발산의 정의, 극한에 대한 기본 성질, 극한값을 구하는 방법, 극한의 대소 관계 그리고 샌드위치 정리까지 수열의 극한 단원에서 배우는 내용은 하나같이 그 증명과정은 생략하고 단지 내용들을 직관적으로 이해하여 활용하고 있을 뿐이다. 수열의 극한을 공부해 본 학생이라면 누구나 좀 더 엄밀한 수열의 극한의 정의는 무엇인지, 당연해 보이는 수열의 극한에 대한 성질을 어떻게 증명해야 할지 궁금증을 가져봤을 것이다.

내신 · 모의고사

대비 TEST

숨마쿰라우데®

[미적분]

Ⅰ. 수열의 극한

Ⅱ. 미분법

Ⅲ. 적분법

정답은 ➞ 본책의 해설지에서

해설은 ➞ 당사 홈페이지에서

확인하실 수 있습니다.

www.erumenb.com

01 수열의 극한

기본 Exercises

01 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} a_n=-2$, $\lim_{n\to\infty} b_n=3$일 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n-2b_n}{a_nb_n+4}$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 1
④ 2 ⑤ 4

02 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n=n\cdot3^{n-1}$일 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{S_n}$의 값을 구하여라.

03 $\lim_{n\to\infty}\{\sqrt{4n^2+4n}-(an+b)\}=5$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -10 ② -6 ③ -2
④ 6 ⑤ 10

04 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $4n<a_n<4n+1$을 만족시킬 때,

$\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{8n^2-5}$의 값은?

① $\dfrac{1}{8}$ ② $\dfrac{1}{6}$ ③ $\dfrac{1}{4}$
④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

05 a, b, s, r가 $a\neq0$, $b=0$, $0<s<1$, $r>1$인 실수일 때, |보기|의 등비수열 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기
ㄱ. $\{ar^{n-1}\}$ ㄴ. $\{br^{n-1}\}$ ㄷ. $\{ar^{-n}s^{n-1}\}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

06 수렴하는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}\cdot a_n-3^{n+1}}{3^n\cdot a_n+2^n}=-\dfrac{1}{2}$일 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값을 구하여라.

01 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$이

$$\lim_{n\to\infty}(n+1)a_n=2,\ \lim_{n\to\infty}(n^2+1)b_n=7$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{(10n+1)b_n}{a_n}$의 값을 구하시오.

(단, $a_n\neq0$)

02 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\frac{1}{n+1}\quad(n\geq1)$

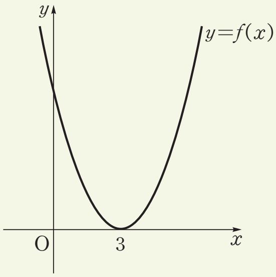
(나) $\lim_{n\to\infty}n^2b_n=2$

$\lim_{n\to\infty}n^2a_n$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1

④ 0 ⑤ 1

03 함수 $f(x)$가 $f(x)=(x-3)^2$이고 자연수 n에 대하여 방정식 $f(x)=n$의 두 근이 α, β일 때 $h(n)=|\alpha-\beta|$라 하자. $\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\{h(n+1)-h(n)\}$의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

04 양의 실수 x에 대하여 $\log x$의 정수 부분과 소수 부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 자연수 n에 대하여 $f(x)-(n+1)g(x)=n$을 만족시키는 모든 x의 값의 곱을 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\log a_n}{n^2}$의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2

④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

튼튼한 **개념!** 흔들리지 않는 **실력!**

숨마쿰라우데

미적분

‘제대로’ 공부를 해야 공부가 더 쉬워집니다!

“공부하는 사람은 언제나 생각이 명징하고 흐트러짐이 없어야 한다. 그러자면 우선 눈앞에 펼쳐진 어지러운 자료를 하나로 묶어 종합하는 과정이 필요하다. 비슷한 것끼리 갈래로 묶고 교통정리를 하고 나면 정보간의 우열이 드러난다. 그래서 중요한 것을 가려내고 중요하지 않은 것을 추려내는데 이 과정이 바로 ‘종핵(綜核)’이다.” 이는 다산 정약용이 주장한 공부법입니다. 제대로 공부하는 과정은 종핵처럼 복잡한 것을 단순하게 만드는 과정입니다. 공부를 쉽게 하는 방법은 복잡한 내용들 사이의 관계를 잘 이해하여 간단히 정리해 나가는 것입니다. 이를 위해서는 무엇보다도 먼저 내용을 제대로 알아야 합니다. 숨마쿰라우데는 전체를 보는 안목을 기르고, 부분을 명쾌하게 파악할 수 있도록 친절하게 설명하였습니다. 보다 쉽게 공부하는 길에 숨마쿰라우데가 여러분들과 함께 하겠습니다.

학습자 수준에 맞도록 공부하는 단계별 구성!

공부에 매진하는 학생들은 모두가 눈앞에 놓인 목표가 있습니다. 예를 들면, ‘과목의 개념 학습을 확실히 하여 기초를 다지고 싶다’, ‘학교 내신 시험을 잘 보고 싶다’, ‘대학별 논·구술 시험에 대비하고 싶다’ 등등……!! 숨마쿰라우데는 이런 각각의 학생들이 원하는 학습 목표에 따른 선택적 학습이 가능합니다. 첫째, 개념 학습 단계에서는 그 어떤 교재보다도 확실하고 자세하게 개념을 설명하고 있습니다. 둘째, 문제 풀이 단계에서는 개념 확인 문제를 비롯하여 내신형과 수능형 문제, 서술형 문제를 실어 수준별 학습이 가능하도록 하였습니다. 셋째, 심화 학습 단계에서는 교과에 대한 보다 심층적인 내용과 대학별 논·구술 예상 문제를 실어 깊이 있는 사고가 가능하도록 하였습니다. 이러한 숨마쿰라우데의 단계별 구성으로 학생들은 자신의 학습 목표에 맞는 부분을 찾아 공부할 수 있습니다. 모든 학습의 기본은 개념의 확실한 이해입니다. 공부하기 쉬운 숨마쿰라우데로 흔들리지 않는 학습의 중심을 잡으세요.

정가 : 19,000원

53410
9 788959 904891
ISBN 978-89-5990-489-1

학습 교재의 새로운 신화! 이룸이앤비가 만듭니다!